

Séance du lundi 8 juin

Voici, pour finir, la correction des derniers exercices.

Je vous souhaite de bonnes vacances.

Afin de tester la régularité d'une machine produisant des rondelles, un entrepreneur a fait mesurer le diamètre, en millimètre, de 1100 rondelles.

Les résultats sont relevés dans le tableau (en deux parties) ci-dessous.

Diamètre	19,7	19,75	19,8	19,85	19,9	19,95	20
Effectif	13	28	35	49	115	174	275

Diamètre	20,05	20,1	20,15	20,2	20,25	20,3
Effectif	162	130	61	24	19	15

La machine est bien réglée si :

- le diamètre moyen \bar{x} et le diamètre médian diffèrent de moins de 0,1 mm ;
- $Q_3 - Q_1$ est inférieur ou égal à 0,15 mm ;
- au moins 95% de la production a un diamètre appartenant à l'intervalle $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$ avec $\sigma \approx 0,111$.

La machine est-elle bien réglée ? Justifier.

$$\alpha \bar{x} = \frac{19,7 \times 13 + 19,75 \times 28 + \dots + 20,3 \times 15}{1100} \approx 19,999 \text{ mm}$$

Le diamètre moyen est égal à 19,999 mm.

$$\alpha \frac{N}{2} = \frac{1100}{2} = 550$$

Le 550^{ème} diamètre est 20 mm. Le 551^{ème} diamètre est 20 mm.

Le diamètre médian est 20 mm.

$$\alpha 20 - 19,999 = 0,001 \text{ mm} \quad 0,001 \text{ mm} < 0,1 \text{ mm}$$

Le diamètre moyen et le diamètre médian diffèrent de moins de 0,1 mm.

$$\alpha \frac{N}{4} = \frac{1100}{4} = 275 \quad \text{Le 1^{er} quartile est la 275^{ème} valeur de la série. Donc, } Q_1 = 19,95 \text{ mm}$$

$$\frac{3N}{4} = \frac{3 \times 1100}{4} = 825 \quad \text{Le 3^{ème} quartile est la 825^{ème} valeur de la série. Donc, } Q_3 = 20,05 \text{ mm}$$

$$Q_3 - Q_1 = 20,05 - 19,95 = 0,1 \text{ mm} \quad 0,1 \text{ mm} < 0,15 \text{ mm}$$

$Q_3 - Q_1$ est inférieur ou égal à 0,15 mm.

$$\alpha [\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma] = [19,999 - 2 \times 0,111 ; 19,999 + 2 \times 0,111] = [19,777 ; 20,221]$$

1025 diamètres appartiennent à $[19,777 ; 20,221]$.

$$\frac{1025}{1100} \times 100 \approx 93 \quad 93\% \text{ de la production a un diamètre appartenant à } [19,777 ; 20,221].$$

Il y a moins de 95% de la production qui a un diamètre appartenant à $[\bar{x} - 2\sigma ; \bar{x} + 2\sigma]$.

α La dernière contrainte n'est pas vérifiée.

Donc, la machine n'est pas bien réglée.

Exercice 1

Deux tireurs à l'arc, Anatole et Bérénice, ont réalisé chacun 25 tirs sur une cible.

Un tir rapporte le nombre de points indiqué sur la zone atteinte, et 0 point si la cible est manquée.

Ils ont obtenu les résultats suivants :

Points	0	10	30	50	100
Anatole	1	6	2	11	5
Bérénice	2	8	3	4	8

1. Déterminer, pour chacun des deux tireurs, la moyenne obtenue, en détaillant les calculs.

Cela vous permet-il de départager Anatole et Bérénice ? Justifier.

2. Quel tireur vous semble a priori le plus régulier ? Justifier.

3. Déterminer la médiane et les quartiles de chaque série, en détaillant les calculs.

$$1. \text{ Anatole } \bar{x} = \frac{0 \times 1 + 10 \times 6 + \dots + 100 \times 5}{25} = 46,8 \qquad \text{Bérénice } \bar{x} = \frac{0 \times 2 + 10 \times 8 + \dots + 100 \times 8}{25} = 46,8$$

Les moyennes sont identiques : on ne peut pas les départager.

2. Anatole semble être le plus régulier : ses tirs sont souvent dans la zone entre 30 et 100 points.

Bérénice oscille souvent entre 10 et 100 points.

3.

$$\frac{N}{2} = 12,5 \quad \text{La médiane est la 13}^{\text{ème}} \text{ valeur.}$$

Pour Anatole, la médiane est égale à 50 points. Pour Bérénice, la médiane est égale à 30 points.

$$\frac{N}{4} = 6,25 \quad \text{Le 1}^{\text{er}} \text{ quartile est la 7}^{\text{ème}} \text{ valeur de la série.}$$

Anatole $Q_1 = 10$ points Bérénice $Q_1 = 10$ points

$$\frac{3N}{4} = 18,75 \quad \text{Le 3}^{\text{ème}} \text{ quartile est la 19}^{\text{ème}} \text{ valeur de la série.}$$

Anatole $Q_3 = 50$ points Bérénice $Q_3 = 100$ points

Exercice 2

Siraba joue au handball. Son nombre de buts marqués par match est donné ci-dessous :

Nombre de buts	2	3	4	5	6	9
Nombre de matchs	4	6	6	7	6	1

1. Calculer le nombre de buts moyen par match et l'écart type sur cette saison. Arrondir à l'unité.

2. Pendant l'été 2018, elle a fait un stage afin d'améliorer ses performances. Lors de la prochaine saison, elle a marqué en moyenne 5,1 buts, avec un écart type de 2,5.

Est-elle devenue plus régulière grâce à ce stage ?

$$1. \bar{x} = \frac{2 \times 4 + 3 \times 6 + \dots + 9 \times 1}{30} \approx 4,3$$

Le nombre de buts moyen est égal à 4,3.

$$\sigma = \sqrt{\frac{4(2 - 4,3)^2 + 6(3 - 4,3)^2 + \dots + 1(9 - 4,3)^2}{30}} \approx 1,6$$

2. En moyenne 5,1 buts Ecart type 2,5

Elle n'est pas devenue plus régulière car l'écart type n'a pas baissé (il a augmenté).

La série n'est pas homogène.

Le nombre de buts est éloigné du nombre de buts moyen.